附录 1

基于极大似然方法估计 Lee-Carter 模型参数的过程：

假设死亡人数 $D_{x,t}$ 服从泊松分布，

$$D_{x,t} \sim \text{Poisson}\left(E_{x,t}^{c} m_{x,t}\right) \\ \ln\left(m_{x,t}\right) = \alpha_x + \beta_x \kappa_t \tag{1}$$

其中，$E_{x,t}^{c}$ 为平均人口数，$m_{x,t}$ 为中心死亡率，α_x 、β_x 和 κ_t 为 Lee-Carter 模型的参数。由假设（1）可得 $\mathrm{E}\left(D_{x,t} / E_{x,t}^{c}\right) = m_{x,t}$ 。

为估计 Lee-Carter 模型的参数，需要增加模型可识别约束：

$$\sum_x \beta_x = 1, \qquad \sum_t \kappa_t = 0. \tag{2}$$

基于式（1），此时 Lee-Carter 模型对应于对数连接函数的泊松回归模型，可以使用极大似然方法得到参数估计结果。该模型的对数似然函数为：

$$\begin{aligned} l(\alpha_x, \beta_x, \kappa_t) &= \sum_{x,t}\left[D_{x,t}\ln(E_{x,t}^{c} m_{x,t}) - E_{x,t}^{c} m_{x,t} - \ln(D_{x,t}!)\right] \\ &= \sum_{x,t}\left[D_{x,t}(\ln(E_{x,t}^{c}) + \alpha_x + \beta_x\kappa_t) - E_{x,t}^{c} e^{\alpha_x + \beta_x \kappa_t} - \ln(D_{x,t}!)\right] \\ &= \sum_{x,t}\left[D_{x,t}(\alpha_x + \beta_x\kappa_t) - E_{x,t}^{c} e^{\alpha_x + \beta_x \kappa_t}\right] + C \end{aligned} \tag{3}$$

其中，C 为与参数无关的常数。

通过最大化式（3）确定极大似然方法下 Lee-Carter 模型参数的估计值，具体做法为：选择奇异值分解方法得到的参数估计值作为初始值，利用牛顿-拉夫森法逐步迭代更新，每次更新参数后，根据约束条件式（2）对 β_x 和 κ_t 进行调整，直至迭代收敛。

附表 1　　不同性别集成模型的 AIC 值及 Akaike 权重

滞后阶数	男性		女性	
	样本平均的 AIC 值	Akaike 权重	样本平均的 AIC 值	Akaike 权重
1	3.7702	21.34%	3.9400	12.68%
2	4.7304	13.20%	4.6373	8.95%
3	5.4502	9.21%	4.7640	8.40%
4	5.8743	7.45%	5.1338	6.98%
5	6.0850	6.71%	5.1908	6.78%
6	6.2519	6.17%	5.1636	6.88%
7	6.3734	5.81%	5.2335	6.64%
8	6.4706	5.53%	5.0221	7.38%
9	6.4637	5.55%	4.3646	10.26%
10	6.2496	6.18%	2.5785	25.05%
11	5.9369	7.22%		
12	6.4292	5.65%		